

## Calculatrice autorisée

**Exercice**

Le 1<sup>er</sup> septembre 2015, un établissement scolaire compte 3 000 élèves. Une étude statistique a montré que chaque année, au 1<sup>er</sup> septembre, 10 % de l'effectif quitte l'établissement et 250 nouveaux élèves s'inscrivent. On se propose de modéliser cette situation par une suite  $(u_n)$  où, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  représente le nombre d'élèves le 1<sup>er</sup> septembre de l'année 2015 +  $n$ .

1.
  - a) Donner  $u_0$ .
  - b) Justifier que pour tout entier  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} = 0,9u_n + 250$ .
2. Pour tout entier  $n \geq 0$ , on pose  $v_n = u_n - 2500$ .
  - a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
  - b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ , en déduire que  $u_n = 2500 + 500 \times 0,9^n$  en fonction de  $n$ .
3. Démontrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
4. À l'aide de la calculatrice déterminer à partir de quelle année l'effectif de l'établissement sera inférieur à 2 800.