Correction du Test n°2 : Fonctions trigonométriques (25 min) du mercredi 06/02/19.

Barème sur 6 points.

Les questions suivantes sont indépendantes.

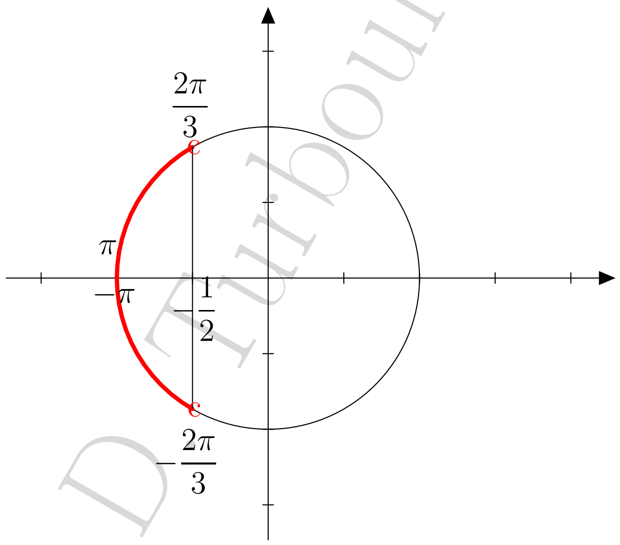
Question 1
Simplifier l'expression suivante où x est un réel :
$A(x) = \cos(x+\pi) - \sin(-x) + \cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$
$A(x) = -\cos x - (-\sin x) - \sin x$
$A(x) = -\cos x + \sin x - \sin x$
$A(x) = -\cos x$ 0,5 pt

Question 2
Résoudre l'équation suivante dans $\mathbb{R}$:
$\sin(2x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \iff 2x = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $2x = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
$\sin(2x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \iff x = \dfrac{\pi}{8} + k\pi$ ou $x = \dfrac{3\pi}{8} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$$\boxed{\mathscr{S} = \left\{\frac{\pi}{8} + k\pi ; \frac{3\pi}{8} + k\pi, \text{ avec } k \in \mathbb{Z}\right\}}$$ 1 pt

Question 3
A l'aide du cercle trigonométrique, résoudre l'inéquation suivante dans $]-\pi;\pi]$

$$1 + 2\cos(x) < 0 \iff 2\cos(x) < -1 \iff \cos(x) < -\frac{1}{2}$$



$$\boxed{\mathscr{S} = \left]-\pi ; -\frac{2\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{2\pi}{3} ; \pi\right]}$$ 1 pt

Question 4
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right)$

1. Montrer que f est périodique de période π.
   Pour tout réel x,
   $f(x+\pi) = \cos\left(2(x+\pi) - \dfrac{\pi}{6}\right)$
   $f(x+\pi) = \cos\left(2x + 2\pi - \dfrac{\pi}{6}\right)$
   $f(x+\pi) = \cos\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right)$

$f(x+\pi) = f(x)$ donc f est périodique de période π. 0,5 pt

2. Calculer $f'(x)$.
   f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   $\boxed{f'(x) = -2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}$ 0,5 pt

Question 5

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sin(x)\cos(x)$

1. Étudier la parité de la fonction g.
   Pour tout réel x,
   $g(-x) = \sin(-x)\cos(-x) = -\sin(x)\cos(x) = -g(x)$ donc la fonction g est impaire. 0,5 pt
2. Calculer $g'(x)$.
   g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.
   $g'(x) = \sin'(x)\cos(x) + \sin(x)\cos'(x)$
   $g'(x) = \cos(x)\cos(x) + \sin(x)(-\sin(x))$
   $g'(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
   $\boxed{g'(x) = \cos(2x)}$ 1 pt

Question 6

Recopier et compléter les formules suivantes. Pour tous les réels a et b :
$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ 0,5 pt
$\sin(2a) = 2\sin a \cos a$ 0,5 pt