

**Exercice : Abonnements**

10 pts

 $a(p) = -0,4p^2 - 5p + 13000$  avec  $p \in [0; 150]$ .

$$1. a(50) = -0,4 \times 50^2 - 5 \times 50 + 13000 = 11750.$$

$$11750 \times 50 = 587500$$

Au pris de 50€ l'abonnement, il y a 11 750 abonnés ce qui correspond à une recette de 587 500 €. 1,5 pt

$$2. \text{ Pour tout } p \in [0; 150],$$

$$a(p) = 6640 \iff -0,4p^2 - 5p + 13000 = 6640$$

$$\iff -0,4p^2 - 5p + 6360 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(-0,4) \times 6360 = 10210 = 101^2$$

Il y a deux solutions :

$$p_1 = \frac{5 + 101}{-0,8} \text{ et } p_2 = \frac{5 - 101}{-0,8}$$

$$\boxed{p_1 = -132,5} \text{ et } \boxed{p_2 = 120}$$

impossible car  $p$  est positif

$$6640 \times 120 = 796800$$

Lorsque 6640 personnes s'abonnent, la recette est de 796 800 €. 2,5 pts

$$3. (a) R(p) = a(p) \times p$$

$$R(p) = (-0,4p^2 - 5p + 13000) \times p$$

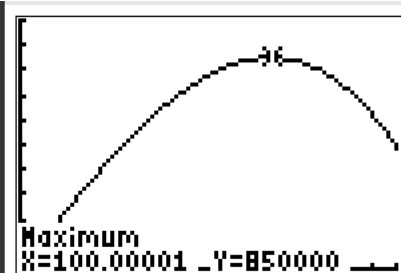
$$\boxed{R(p) = -0,4p^3 - 5p^2 + 13000p}$$

1 pt

(b) On utilise la calculatrice :

```
Graph1 Graph2 Graph3
\Y1 -0.4X^3-5X^2+
13000X
\Y2 =
\Y3 =
\Y4 =
\Y5 =
\Y6 =
```

```
FENETRE
Xmin=0
Xmax=150
Xgrad=10
Ymin=0
Ymax=1000000
Ygrad=10^5
\Xres=1
```



(c) D'après le graphique de la calculatrice, la recette semble maximale lorsque  $p = 100$ , soit un prix d'abonnement annuel de 100 €. 1 pt

$$4. (a) \text{ Pour tout } p \in [0; 150],$$

$$(-0,4p - 85)(p - 100)^2 = (-0,4p - 85)(p^2 - 200p + 10000)$$

$$= -0,4p^3 + 80p^2 - 4000p - 85p^2 + 17000p - 850000$$

$$= \underbrace{-0,4p^3 - 5p^2 + 13000p}_{R(p)} - 850000$$

 $R(p)$ 

$$\boxed{(-0,4p - 85)(p - 100)^2 = R(p) - 850000}$$

1,5 pt

(b)

$p$	0	100	150
$-0,4p - 85$	-	-	-
$(p - 100)^2$	+	0	+
$R(p) - 850000$	-	0	-

1 pt

(c) Pour tout  $p \in [0; 150]$ ,  $R(p) - 850000 \leq 0$  donc  $R(p) \leq 850000$ . Or  $R(100) = 850000$  donc la fonction  $R$  admet un maximum de 850000 atteint en  $p = 100$ .

La recette maximale est de 850000 € lorsque le prix de l'abonnement s'élève à 100 €. 1 pt

$$5. a(100) = \frac{850000}{100} = 8500$$

Dans le cas où la recette est maximale, il y a 8500 abonnés. 0,5 pt

0,5 pt